

COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 JUILLET 1842.

PRÉSIDENTE DE M. PONCELET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL INTÉGRAL. — *Mémoire sur l'application du calcul des limites à l'intégration d'un système d'équations aux dérivées partielles; par M. AUGUSTIN CAUCHY.*

§ 1^{er}. *Intégration d'un système d'équations linéaires.*

« Comme, en augmentant, s'il est nécessaire, le nombre des inconnues, on peut toujours réduire des équations aux dérivées partielles à des équations du premier ordre, nous considérerons seulement ici un système d'équations qui renferment, avec les variables indépendantes

$$x, y, z, \dots, t,$$

dont la dernière peut représenter le temps, certaines inconnues ω, ω_1, \dots et leurs dérivées partielles du premier ordre. Si d'ailleurs ces équations sont linéaires par rapport aux dérivées des inconnues, elles pourront être

généralement présentées sous la forme

$$(1) \begin{cases} D_t \varpi = A D_x \varpi + B D_y \varpi + \dots + A_1 D_x \varpi_1 + B_1 D_y \varpi_1 + \dots + K, \\ D_t \varpi_1 = A' D_x \varpi + B' D_y \varpi + \dots + A'_1 D_x \varpi_1 + B'_1 D_y \varpi_1 + \dots + K', \\ \text{etc.} \dots, \end{cases}$$

$A, A', \dots, B, B', \dots, A_1, A'_1, \dots, B_1, B'_1, \dots, K, K', \dots$ étant des fonctions données de

$$x, y, z, \dots, t, \varpi, \varpi_1, \dots$$

Si ces mêmes fonctions s'évanouissent, les équations (1), réduites aux suivantes

$$(2) \quad D_t \varpi = 0, \quad D_t \varpi_1 = 0, \dots,$$

donneront simplement

$$(3) \quad \varpi = \omega, \quad \varpi_1 = \omega_1, \dots;$$

les lettres ω, ω_1 désignant les valeurs particulières de ϖ, ϖ_1, \dots correspondantes à une valeur particulière τ de la variable t , c'est-à-dire des fonctions des seules variables x, y, z, \dots , mais des fonctions que l'on pourra choisir arbitrairement. Si $A, A', \dots, B, B', \dots, A_1, A'_1, \dots$, etc., cessent de s'évanouir, et si d'ailleurs, comme nous le supposons ici, le nombre des équations (1) est égal à celui des inconnues, on pourra se proposer d'intégrer ces équations de manière que les conditions (3) continuent d'être vérifiées, non plus en général, mais seulement pour $t = \tau$. On y parviendra, en effet, si le module ι de la différence $t - \tau$ ne dépasse pas une certaine limite, à l'aide de la méthode que nous allons indiquer.

» Considérons d'abord le cas où les valeurs particulières de ϖ, ϖ_1, \dots représentées par ω, ω_1, \dots se réduisent à des quantités constantes. Si les valeurs générales de ϖ, ϖ_1, \dots sont développables en séries convergentes ordonnées suivant les puissances ascendantes de la différence $t - \tau$, ces développements seront, en vertu du théorème de Taylor, fournis par des équations de la forme

$$(4) \quad \varpi - \omega = I_1 (t - \tau) + I_2 (t - \tau)^2 + \dots,$$

la valeur de I_n étant donnée par la formule

$$(5) \quad I_n = \frac{D_t^n \varpi}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n},$$

dans laquelle on devra déterminer $D_t^e \varpi$ à l'aide des équations (1), puis réduire, après les différentiations effectuées, t à τ et ϖ, ϖ_1, \dots à ω, ω_1, \dots . Or la valeur de $D_t^e \varpi$, ainsi calculée, se composera évidemment de termes dont chacun sera le produit d'un nombre entier par des facteurs de la forme

$$(6) \quad D_x^e D_y^h \dots D_t^l D^m D_{\varpi_1}^m \dots K,$$

et par d'autres facteurs semblables, mais dans lesquels entreront, à la place de la lettre K , les lettres

$$A, A', \dots, B, B', \dots, A_1, A_1', \dots, B_1, B_1', \dots, \text{etc.}, K', \dots$$

» Soient maintenant

$$\bar{A}, \bar{A}', \dots, \bar{B}, \bar{B}', \dots, \bar{A}_1, \bar{A}_1', \dots, \bar{B}_1, \bar{B}_1', \dots, \text{etc.}, \bar{K}, \bar{K}', \dots,$$

ce que deviennent les fonctions

$$A, A', \dots, B, B', \dots, A_1, A_1', \dots, B_1, B_1', \dots, \text{etc.}, K, K', \dots,$$

quand on attribue à

$$x, y, z, \dots, t, \varpi, \varpi_1, \dots$$

des accroissements imaginaires

$$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots, \bar{t}, \bar{\varpi}, \bar{\varpi}_1, \dots,$$

dont les modules

$$x, y, z, \dots, t, u, u_1, \dots$$

soient tels que, pour ces modules ou pour des modules plus petits,

$$\bar{A}, \bar{A}', \dots, \bar{B}, \bar{B}', \dots, \bar{A}_1, \bar{A}_1', \bar{B}_1, \bar{B}_1', \dots, \bar{K}, \bar{K}', \dots,$$

restent fonctions continues des arguments et des modules des accroissements imaginaires dont il s'agit. Nommons

$$\bar{\Lambda}A, \bar{\Lambda}A', \dots, \text{etc.}, \bar{\Lambda}K, \bar{\Lambda}K', \dots$$

k désignant une quantité constante; alors, en posant après les différenciations

$$t = \tau, \quad \varpi = \omega, \quad \varpi_1 = \omega_1, \dots,$$

on trouvera

$$(8) \quad D_x^g D_y^h \dots D_t^l D_\varpi^m D_{\varpi_1}^{m_1} \dots K = N \frac{K}{(-x)^g (-y)^h \dots (-\varpi)^l (-\varpi_1)^{m_1} \dots};$$

et, pour déduire le second membre de la formule (7) du second membre de la formule (8), il suffira évidemment de poser dans celui-ci

$$(9) \quad x = -x, \quad y = -y, \dots, \tau = -t, \quad \varpi = -\omega, \quad \omega_1 = -\omega_1, \dots,$$

et de plus

$$K = \lambda k x^{-1} y^{-1} \dots \tau^{-1} \omega^{-1} \omega_1^{-1} \dots = \lambda \mathfrak{K},$$

par conséquent

$$K = \mathfrak{K} x y \dots \tau \omega \omega_1 \dots,$$

les valeurs de $x, y, \dots, \tau, \omega, \omega_1, \dots$ étant celles que donnent les formules (9). Cela posé, t étant toujours le module de $t - \tau$, veut-on trouver une fonction de t qui, développée par le théorème de Maclaurin suivant les puissances ascendantes de t , fournisse une série de termes respectivement supérieurs aux modules des termes correspondants de la série

$$(10) \quad I_1(t - \tau), \quad I_2(t - \tau)^2, \dots,$$

à laquelle se réduirait, en vertu du théorème de Taylor, le développement de la différence $\varpi - \omega$? Il suffira évidemment de chercher la valeur particulière de $\varpi - \omega$ correspondante au cas où, dans les équations (1), l'on aurait simultanément

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{A}{\lambda} = \frac{A'}{\mu} = \dots = a x^{-1} y^{-1} \dots t^{-1} \varpi^{-1} \varpi_1^{-1} \dots, \\ \frac{B}{\lambda} = \frac{B'}{\mu} = \dots = b x^{-1} y^{-1} \dots t^{-1} \varpi^{-1} \varpi_1^{-1} \dots, \\ \text{etc.}, \\ \frac{A_1}{\lambda} = \frac{A'_1}{\mu} = \dots = a_1 x^{-1} y^{-1} \dots t^{-1} \varpi^{-1} \varpi_1^{-1} \dots, \\ \frac{B_1}{\lambda} = \frac{B'_1}{\mu} = \dots = b_1 x^{-1} y^{-1} \dots t^{-1} \varpi^{-1} \varpi_1^{-1} \dots, \\ \text{etc.}, \\ \frac{K}{\lambda} = \frac{K'}{\mu} = \dots = k x^{-1} y^{-1} \dots t^{-1} \varpi^{-1} \varpi_1^{-1} \dots, \end{array} \right.$$

puis de remplacer dans cette valeur particulière les quantités

$$x, y, \dots, \tau, \omega, \omega_1, \dots, a, b, a_1, b_1, \dots, k$$

par leurs valeurs tirées des équations (9) jointes aux deux formules

$$(12) \quad \frac{a}{a_0} = \frac{b}{b_0} = \dots = \frac{a}{a_{0_1}} = \frac{b}{b_{0_1}} = \dots = \frac{k}{\mathfrak{K}_1} = x y z \dots \tau \omega \omega_1 \dots,$$

$$(13) \quad t - \tau = \iota.$$

En opérant ainsi, on verra d'abord les équations (1) se réduire à celles que comprend la formule

$$(14) \quad \frac{D_t \varpi}{\lambda} = \frac{D_t \varpi_1}{\mu} = \dots = \frac{a D_x \varpi + b D_y \varpi + \dots + a_1 D_x \varpi_1 + b_1 D_y \varpi_1 + \dots + k}{x y \dots t \varpi \varpi_1 \dots}.$$

On aura donc en premier lieu

$$\frac{D_t \varpi}{\lambda} = \frac{D_t \varpi}{\mu} = \dots;$$

et par suite, en assujettissant ϖ, ϖ_1, \dots à vérifier les conditions (3), pour $t = \tau$,

$$\frac{\varpi - \omega}{\lambda} = \frac{\varpi_1 - \omega_1}{\mu} = \dots$$

Nommons \mathfrak{z} la valeur commune de tous les rapports que renferme la dernière équation; on aura

$$\frac{\varpi - \omega}{\lambda} = \frac{\varpi_1 - \omega_1}{\mu} = \dots = \mathfrak{z},$$

par conséquent

$$(15) \quad \varpi - \omega = \lambda \mathfrak{z}, \quad \varpi_1 - \omega_1 = \mu \mathfrak{z}, \dots;$$

et la formule (14) donnera simplement

$$(16) \quad D_t \mathfrak{z} = \frac{(\lambda a + \mu a_1 + \dots) D_x \mathfrak{z} + (\lambda b + \mu b_1 + \dots) D_y \mathfrak{z} + \dots + k}{x y z \dots t (\omega + \lambda \mathfrak{z}) (\omega_1 + \mu \mathfrak{z}) \dots}.$$

Il reste à intégrer cette dernière, de manière que la condition

$$(17) \quad \mathfrak{s} = 0,$$

à laquelle les conditions (3) se réduisent, en vertu des formules (15), se trouve vérifiée pour $t = \tau$. Or, sous cette condition, et en posant, pour abrégé,

$$s = D_t \mathfrak{s},$$

on trouvera, par une analyse semblable à celle que nous avons développée dans le précédent Mémoire,

$$(18) \quad \frac{1}{st} = \frac{x\gamma \dots \omega \omega_1 \dots}{k} \left[f(\mathfrak{s}) + \int_0^{\mathfrak{s}} f(\mathfrak{s} - \theta) D_\theta \Theta d\theta \right],$$

les valeurs de Θ et de $f(\theta)$ étant

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Theta = \left(1 + \frac{\lambda}{\omega} \theta\right) \left(1 + \frac{\mu}{\omega_1} \theta\right) \dots, \\ f(\theta) = \left(1 + \frac{\lambda a + \mu a_1 + \dots}{kx} \theta\right) \left(1 + \frac{\lambda b + \mu b_1 + \dots}{k\gamma} \theta\right) \dots; \end{array} \right.$$

puis, en intégrant l'équation (18) par rapport à t et à \mathfrak{s} considéré comme fonction de t , après avoir multiplié les deux membres par

$$s dt = D_t \mathfrak{s} dt,$$

on en conclura

$$(20) \quad 1 \left(\frac{t}{\tau} \right) = \frac{x\gamma \dots \omega \omega_1 \dots}{k} \left[\int_0^{\mathfrak{s}} f(\mathfrak{s}) d\mathfrak{s} + \int_0^{\mathfrak{s}} \int_0^{\mathfrak{s}} f(\mathfrak{s} - \theta) D_\theta \Theta d\theta d\mathfrak{s} \right].$$

» Si, dans les formules (19) et (20), on substitue les valeurs de

$$x, \gamma, z, \dots, t, \tau, \omega, \omega_1, \dots, a, b, \dots, a_1, b_1, \dots, k$$

fournies par les équations (9), (12) et (13), on trouvera

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Theta = \left(1 - \frac{\lambda}{\omega} \theta\right) \left(1 - \frac{\mu}{\omega_1} \theta\right) \dots, \\ f(\theta) = \left(1 - \frac{\lambda a + \mu a_1 + \dots}{\mathfrak{A}x} \theta\right) \left(1 - \frac{\lambda b + \mu b_1 + \dots}{\mathfrak{A}\gamma} \theta\right) \dots, \end{array} \right.$$

$$(22) \quad 1 \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^{-1} = \frac{1}{\mathfrak{A}c} \left[\int_0^{\mathfrak{s}} f(\mathfrak{s}) d\mathfrak{s} + \int_0^{\mathfrak{s}} \int_0^{\mathfrak{s}} f(\mathfrak{s} - \theta) D_\theta \Theta d\theta d\mathfrak{s} \right].$$

Si, pour abréger, l'on pose

$$(23) \quad \varepsilon = t \left(1 - \frac{t}{t} \right)^{-1},$$

ε sera développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances de t , tant que l'on aura

$$(24) \quad t < t.$$

Supposons cette condition remplie, l'équation (22), résolue par rapport à ε , offrira une racine positive qui pourra être elle-même développée par le théorème de Lagrange suivant les puissances ascendantes de ε et de t , si l'on a

$$(25) \quad \varepsilon < \frac{1}{\mathfrak{H}} \left[\int_0^{\alpha} f(\varepsilon) d\varepsilon + \int_0^{\alpha} \int_0^{\varepsilon} f(\varepsilon - \theta) D_{\theta} \Theta d\theta d\varepsilon \right],$$

α étant la plus petite racine positive de l'équation

$$(26) \quad f(\varepsilon) + \int_0^{\varepsilon} f(\varepsilon - \theta) D_{\theta} \Theta d\theta = 0.$$

Il est d'ailleurs facile de prouver que cette dernière équation admettra effectivement une ou plusieurs racines positives inférieures au plus petit des rapports

$$(27) \quad \frac{\mathfrak{H} x}{\lambda v_0 + \mu_1 v_{01} + \dots}, \quad \frac{\mathfrak{H} y}{\lambda v_b + \mu_1 v_{b1} + \dots}, \dots, \quad \frac{v}{\lambda}, \quad \frac{v_1}{\mu}, \dots$$

» En résumé, quand le module t de la différence $t - \tau$ offrira une valeur assez petite pour que les conditions (24), (25), se vérifient, l'équation (22) offrira une racine développable, par la formule de Lagrange, en une série ordonnée suivant les puissances ascendantes de ε ou même de t . Alors aussi, en vertu des principes ci-dessus établis, l'inconnue ϖ ou même chacune des inconnues

$$\varpi, \varpi_1, \dots$$

sera développable, par la formule de Taylor, en une série ordonnée suivant les puissances ascendantes de t , et les séries que l'on obtiendra en substituant le développement trouvé de ε dans les seconds membres des équations (15) se composeront de termes respectivement supérieurs aux modules des termes correspondants des séries qui représenteront les dé-

veloppements des différences

$$\varpi - \omega, \quad \varpi - \omega_1, \dots$$

» Il est bon de remarquer que si, dans les équations (1), les fonctions $A, A', \dots, B, B', \dots, A_1, A'_1, \dots, B_1, B'_1, \dots$, etc., ..., K, K', \dots cessaient de renfermer explicitement la variable t , la condition (24) disparaîtrait. Alors aussi on pourrait, dans les formules (22) et (25), réduire simplement à 1 le produit

$$t! \left(1 - \frac{1}{t}\right) = \varepsilon.$$

» Nous avons supposé, dans ce qui précède, les valeurs initiales ω, ω_1, \dots des inconnues ϖ, ϖ_1, \dots réduites à des constantes. On peut aisément ramener à ce cas particulier le cas plus général où ω, ω_1, \dots seraient des fonctions données de x, y, z, \dots , en substituant aux inconnues ϖ, ϖ_1, \dots des inconnues nouvelles qui seraient égales aux différences

$$\varpi - \omega, \quad \varpi - \omega_1, \dots,$$

ou à ces différences augmentées de quantités constantes.

» On pourrait simplifier un peu les formules obtenues dans ce paragraphe en réduisant à l'unité chacune des constantes positives

$$\lambda, \mu, \nu, \dots;$$

mais il est avantageux d'y laisser ces constantes indéterminées, afin de pouvoir en disposer, dans chaque cas particulier, de manière à augmenter autant que possible la limite supérieure au module 1.

» En terminant ce paragraphe, nous ferons observer que si, dans les équations (1), l'on réduit à zéro les fonctions

$$A, A', \dots, B, B', \dots, A_1, A'_1, \dots, B_1, B'_1, \dots,$$

sans faire évanouir K, K', \dots , on obtiendra simplement les équations différentielles

$$D_t \varpi = K, \quad D_t \varpi_1 = K', \dots$$

Alors aussi la seconde des formules (21) donnera

$$f(\theta) = 1;$$

et si l'on prend

$$\lambda = \Lambda K, \quad \mu = \Lambda K',$$

on pourra supposer encore

$$\mathfrak{K} = 1.$$

Cela posé, l'équation (26) étant réduite à

$$\left(1 - \frac{\lambda}{v} \vartheta\right) \left(1 - \frac{\mu}{v_1} \vartheta\right) \dots = 0,$$

la plus petite racine positive α de cette même équation sera égale au plus petit des rapports

$$\frac{v}{\lambda}, \quad \frac{v_1}{\mu}, \dots;$$

et, à la place des formules (22), (25), on obtiendra les suivantes

$$\begin{aligned} t! \left(1 - \frac{t}{t}\right)^{-1} &= \int_0^v \left(1 - \frac{\lambda}{v} \theta\right) \left(1 - \frac{\mu}{v_1} \theta\right) \dots d\theta, \\ \varepsilon &< \int_0^\alpha \left(1 - \frac{\lambda}{v} \theta\right) \left(1 - \frac{\mu}{v_1} \theta\right) \dots d\theta. \end{aligned}$$

On se trouvera ainsi ramené, pour un système d'équations différentielles, aux formules déjà obtenues dans un précédent Mémoire.

§ II. Application du calcul des limites à l'intégration des équations auxiliaires.

» Considérons maintenant des équations aux dérivées partielles qui ne soient pas linéaires, et supposons d'abord que ces équations soient du premier ordre; elles renfermeront, avec les variables indépendantes

$$x, y, z, \dots, t,$$

et les inconnues

$$w, w_1, \dots,$$

leurs dérivées du premier ordre

$$D_x \varpi, D_y \varpi, \dots, D_t \varpi; D_x \varpi_1, D_y \varpi_1, \dots, D_t \varpi_1, \dots,$$

et pourront être généralement résolues par rapport aux dérivées

$$D_t \varpi, D_t \varpi_1, \dots$$

Si, en vertu des équations données, les valeurs générales de ces dernières s'évanouissaient, alors, ces équations pouvant être réduites aux suivantes

$$(1) \quad D_t \varpi = 0, \quad D_t \varpi_1 = 0, \dots,$$

leurs intégrales seraient de la forme

$$(2) \quad \varpi = \omega, \quad \varpi_1 = \omega_1, \dots,$$

ω, ω_1, \dots désignant des fonctions des seules variables x, y, z, \dots , et l'on pourrait d'ailleurs choisir arbitrairement les valeurs initiales de ϖ, ϖ_1, \dots représentées par ω, ω_1, \dots . Si les équations données ne se réduisent pas aux formules (1), leurs intégrales ne seront plus représentées par les formules (2), mais on pourra se proposer d'intégrer ces équations de manière que les formules (2) se vérifient, pour une valeur particulière de t , par exemple, pour $t = \tau$. On y parviendra, en effet, à l'aide de l'analyse que nous allons indiquer.

» Considérons, en premier lieu, le cas où les équations données se réduisent à une seule; celle-ci sera de la forme

$$(3) \quad F(x, y, \dots, t, \varpi, D_x \varpi, D_y \varpi, \dots, D_t \varpi) = 0,$$

et il s'agira de l'intégrer de manière que, pour $t = \tau$, on ait

$$(4) \quad \varpi = \omega,$$

ω étant une fonction donnée quelconque de x, y, z, \dots . Or, à l'équation (3), qui n'est pas linéaire, on peut substituer la formule

$$(5) \quad F(x, y, \dots, t, \varpi, p, q, \dots, s) = 0$$

jointe au système des équations

$$(6) \quad p = D_x \varpi, \quad q = D_y \varpi, \dots, \quad s = D_t \varpi,$$

qui sont toutes linéaires par rapport aux dérivées qu'elles renferment. Il y a plus, si ω n'entre pas explicitement dans la formule (5), c'est-à-dire si cette formule se réduit à

$$(7) \quad F(x, y, \dots, t, p, q, \dots, s) = 0,$$

alors, pour réduire le problème à la détermination des seules inconnues p, q, \dots, s , il suffira de joindre à la formule (7) celles que fournit l'élimination de ω entre les équations (6), ou, ce qui revient au même, les conditions d'intégrabilité de la formule

$$(8) \quad d\omega = p dx + q dy + \dots + s dt,$$

et de substituer en même temps à la condition (4) le système des conditions

$$(9) \quad p = D_x \omega, \quad q = D_y \omega, \quad \text{etc...};$$

qui devront toutes se vérifier pour $t = \tau$. D'ailleurs, parmi les conditions d'intégrabilité de la formule (8), les unes, savoir,

$$(10) \quad D_t p = D_x s, \quad D_t q = D_y s, \dots,$$

renfermeront les dérivées de p, q, \dots relatives à t , tandis que les autres, savoir,

$$(11) \quad D_y p = D_x q, \quad \text{etc...},$$

renfermeront seulement les dérivées de p, q, \dots relatives à x, y, \dots ; et il est clair qu'après avoir éliminé s des équations (10) à l'aide de la formule (7), on obtiendra, entre les seules inconnues

$$p, q, \dots,$$

des équations qui seront linéaires par rapport aux dérivées de ces inconnues. Donc, pour intégrer ces équations de manière à remplir les conditions (9), il suffira de recourir à la méthode exposée dans le § I^{er}. Mais on peut demander si, cette intégration étant effectuée, les valeurs trouvées de p, q, \dots vérifieront les formules (11). Or on peut affirmer qu'il en sera ainsi. En effet, les formules (9) et (10) étant vérifiées, on aura, 1^o pour $t = \tau$,

$$D_y p = D_x D_y \omega = D_x q,$$

par conséquent

$$(12) \quad D_y p - D_x q = 0;$$

2° quel que soit t ,

$$D_y D_t p = D_x D_t s = D_x D_t q,$$

par conséquent

$$(13) \quad D_t (D_y p - D_x q) = 0;$$

et il suffit d'intégrer par rapport à t la formule (13), en ayant égard à la condition (12), pour retrouver immédiatement la première des formules (11). Chacune des formules (11) pouvant être ainsi retrouvée, chacune d'elles sera nécessairement vérifiée par les valeurs de

$$p, q, \dots$$

que l'on tirera des équations (7) et (10) jointes aux conditions (9). D'ailleurs, les valeurs de p, q, \dots étant connues, celle de s et celle de l'inconnue ϖ seront immédiatement fournies par l'équation (7) et par la dernière des formules (6), de laquelle on tirera

$$(14) \quad \varpi - \hat{\omega} = \int_{\tau}^t s dt.$$

» Si le premier membre de l'équation aux dérivées partielles qu'il s'agit d'intégrer renfermait explicitement l'inconnue ϖ , c'est-à-dire si l'équation (5) cessait de se réduire à la formule (7), on pourrait chercher à exprimer

$$p, q, \dots, s,$$

non plus seulement en fonction de x, y, z, \dots, t , mais en fonction de

$$x, y, z, \dots, t, \varpi.$$

Alors, à la place des formules (10), on obtiendrait évidemment celles-ci

$$(15) \quad D_t p + s D_{\varpi} p = D_x s + p D_{\varpi} s, \quad D_t q + s D_{\varpi} q = D_y s + q D_{\varpi} s, \dots,$$

et pour trouver les valeurs des inconnues

$$p, q, \dots$$

considérées comme fonctions de $x, y, z, \dots, t, \varpi$, il suffirait d'appliquer la méthode d'intégration exposée dans le § 1^{er} aux équations (15), après en avoir éliminé s à l'aide de la formule (5), et en assujettissant les inconnues p, q, \dots à vérifier, pour $t = \tau$, les conditions (9). Les valeurs de p, q, \dots étant calculées, celle de s se déduirait de la formule (7); et en la substituant dans la dernière des formules (6), on verrait celle-ci se réduire à une seule équation différentielle entre ϖ et t . En intégrant cette équation différentielle de manière à vérifier la condition (4), on obtiendrait immédiatement la valeur de l'inconnue ϖ .

» Nous venons d'examiner le cas particulier où les équations données se réduisent à une seule équation du premier ordre. Passons maintenant au cas plus général où l'on donne plusieurs équations du premier ordre entre les variables indépendantes

$$x, y, z, \dots, t$$

et les inconnues

$$\varpi, \varpi_1, \dots$$

Si l'on pose, pour abréger,

$$p = D_x \varpi, \quad q = D_y \varpi, \dots, \quad s = D_t \varpi; \quad p_1 = D_x \varpi_1, \quad q_1 = D_y \varpi_1, \dots, \quad s_1 = D_t \varpi_1, \dots,$$

ces équations seront de la forme

$$(16) \quad F(x, y, z, \dots, t, \varpi, \varpi_1, \dots, p, q, \dots, s, p_1, q_1, \dots, s_1, \dots) = 0, \text{ etc...}$$

ou même plus simplement de la forme

$$(17) \quad F(x, y, z, \dots, t, p, q, \dots, s, p_1, q_1, \dots, s_1, \dots) = 0, \text{ etc...}$$

lorsqu'elles ne renfermeront pas explicitement les inconnues. Or, en raisonnant comme ci-dessus, on intégrera facilement le système des équations aux dérivées partielles (16) ou (17), de manière à vérifier les conditions (2). En effet, pour intégrer, sous ces conditions, le système des équations (17), il suffira d'intégrer le système des équations linéaires

$$(18) \quad D_1 p = D_s s, \quad D_1 q = D_s s, \dots, \quad D_1 p_1 = D_s s_1, \quad D_1 q_1 = D_s s_1, \dots,$$

après avoir éliminé s, s_1, \dots à l'aide des formules (17), et en assujettissant

les inconnues

$$p, q, \dots, p_1, q_1, \dots$$

à vérifier, pour $t = \tau$, les conditions

$$(19) \quad p = D_x \omega, \quad q = D_y \omega, \dots, p_1 = D_x \omega_1, \quad q_1 = D_y \omega_1, \dots,$$

puis de déterminer

$$s, s_1, \dots$$

à l'aide des formules (17), et

$$\omega, \omega_1, \dots$$

à l'aide des équations différentielles

$$(20) \quad D_t \omega = s, \quad D_t \omega_1 = s_1, \dots$$

desquelles on tirera immédiatement

$$(21) \quad \omega - \omega = \int_{\tau}^t s dt, \quad \omega_1 - \omega_{1\tau} = \int_{\tau}^t s_1 dt, \dots$$

Si, à la place des formules (17), on donne à intégrer les formules (16), alors, en considérant

$$p, q, \dots, p_1, q_1, \dots$$

comme des fonctions de

$$x, y, z, \dots, t, \omega, \omega_1, \dots,$$

on devra aux formules (19) substituer les suivantes

$$(22) \quad D_t p + s D_{\omega} p + s_1 D_{\omega_1} p = D_x s + p D_x s + p_1 D_{\omega_1} s_1 + \dots, \text{ etc.},$$

et les valeurs des inconnues ω, ω_1, \dots se déduiront non plus des formules (21), mais seulement des formules (20), c'est-à-dire d'un système d'équations différentielles simultanées, que l'on devra intégrer en assujettissant les inconnues ω, ω_1, \dots à vérifier, pour $t = \tau$, les conditions (2).

» Nous venons de voir que, pour réduire l'intégration des équations non linéaires, mais du premier ordre, à l'intégration des équations linéaires, il suffisait de substituer aux inconnues données des inconnues nouvelles dont

le nombre était plus considérable. A l'aide du même artifice de calcul on pourra réduire l'intégration des équations d'ordres supérieurs à l'intégration d'équations du premier ordre. Ainsi, par exemple, étant donnée entre les variables indépendantes x, t et l'inconnue ω , une équation du second ordre, qui ne renferme pas explicitement cette inconnue, et qui par conséquent soit de la forme

$$(23) \quad F(x, t, D_x \omega, D_t \omega, D_x^2 \omega, D_x D_t \omega, D_t^2 \omega) = 0,$$

veut-on intégrer cette équation de manière à remplir, pour $t = \tau$, les conditions

$$(24) \quad \omega = \omega, \quad D_t \omega = \omega',$$

ω, ω' désignant deux fonctions données de x ? il suffira de poser

$$p = D_x \omega, \quad s = D_t \omega,$$

puis d'intégrer les équations du premier ordre

$$(25) \quad F(x, t, p, s, D_x p, D_x s, D_t s) = 0, \quad D_t p = D_x s,$$

de manière à vérifier, pour $t = \tau$, les conditions

$$(26) \quad p = D_x \omega, \quad s = \omega',$$

et enfin de déterminer l'inconnue ω à l'aide de l'équation

$$D_t \omega = s,$$

de laquelle on tirera immédiatement

$$\omega - \omega = \int_{\tau}^t s dt.$$

» Au reste, on peut, dans tous les cas, et sans changer le nombre des variables indépendantes, remplacer un système d'équations aux dérivées partielles d'ordre quelconque entre les inconnues ω, ω_x, \dots par un système d'équations du premier ordre qui soient linéaires au moins par rapport aux dérivées de ces inconnues et des inconnues nouvelles que l'on introduit dans la formule. Pour y parvenir, il suffit de représenter par une nouvelle

lettre chacune des diverses dérivées de ϖ, ϖ_1, \dots qui sont contenues dans les équations proposées, en joignant même à ces dérivées celles des ordres inférieurs, puis de prendre pour nouvelles inconnues toutes les quantités représentées par les lettres nouvelles, et de considérer les équations proposées comme des équations finies qui serviront à déterminer quelques-unes de ces inconnues en fonction des autres dont les dérivées relatives à t deviendront les premiers membres des équations linéaires qu'il s'agissait d'obtenir. C'est ce que nous expliquerons plus en détail dans un autre article. »

CALCUL INTÉGRAL. — *Mémoire sur les intégrales des systèmes d'équations différentielles ou aux dérivées partielles, et sur les développements de ces intégrales en séries ordonnées suivant les puissances ascendantes d'un paramètre que renferment les équations proposées; par M. AUGUSTIN CAUCHY.*

« Dans les précédents Mémoires, nous avons développé les intégrales d'un système d'équations différentielles ou aux dérivées partielles en séries ordonnées suivant les puissances ascendantes d'un accroissement attribué à une variable indépendante qui, dans les questions de Mécanique, peut être censée représenter le temps. Souvent il arrive que les séries de cette espèce restent convergentes, même au bout d'un temps considérable; mais alors, le plus ordinairement, on est obligé, pour obtenir un degré suffisant d'approximation, de calculer un très-grand nombre de termes, et ce nombre croît sans cesse avec le temps, ce qui rend les calculs de plus en plus difficiles. On peut éviter cet inconvénient, dans beaucoup de cas, en développant les intégrales, non plus suivant les puissances ascendantes d'un accroissement attribué à l'une des variables indépendantes, mais suivant les puissances ascendantes d'un paramètre que renferment les équations données, ou même suivant les puissances ascendantes d'un paramètre que l'on introduit arbitrairement dans ces équations, sauf à lui attribuer plus tard une valeur numérique déterminée, en le réduisant, par exemple, à l'unité. Ainsi, en particulier, s'agit-il d'intégrer les équations différentielles du mouvement des planètes? On pourra multiplier les masses de ces astres, qui sont très-petites relativement à la masse du Soleil, par un même facteur α , comme je l'ai fait dans le Mémoire de 1831, puis développer les valeurs des inconnues suivant les puissances ascendantes de α , et poser, après les intégrations, $\alpha = 1$. Alors les approximations des divers ordres fourniront des termes repré-

sentés par des intégrales définies des divers ordres et respectivement proportionnels aux diverses puissances des masses.

» En général, si les équations données, étant réduites à des équations du premier ordre, sont présentées sous une forme telle que leurs premiers membres soient précisément les dérivées des inconnues relatives au temps, et si, dans ce cas, on développe les valeurs des inconnues en séries ordonnées suivant les puissances ascendantes d'un paramètre avec lequel les seconds membres des équations s'évanouissent, les divers termes des séries obtenues seront représentés par des intégrales définies des divers ordres, et le *calcul des limites* fournira encore les conditions de la convergence des séries, avec les limites des erreurs que l'on commettra en arrêtant ces séries après un certain nombre de termes. La recherche de ces conditions et de ces limites est l'un des principaux objets de mon nouveau Mémoire.

» Je ferai, en terminant cet article, une remarque importante. Lorsqu'en Astronomie on intègre les équations des mouvements planétaires par la méthode ci-dessus rappelée, alors, dans la détermination des éléments elliptiques, les approximations successives, et même l'approximation du premier ordre, qui a pour objet la recherche des quantités proportionnelles à la première puissance des masses des planètes, introduisent dans les intégrales des termes *séculaires*, c'est-à-dire proportionnels au temps. Il était donc à désirer que l'on pût effectuer les développements des intégrales en séries de manière à éviter cette introduction. En m'occupant de cet objet, je suis encore parvenu à des résultats qui me paraissent dignes de quelque attention, et que j'exposerai dans un nouvel article. »

Note sur les substitutions qui abaissent le degré d'une équation entre deux variables, et sur l'emploi de ces substitutions dans la théorie des intégrales abéliennes ; par M. AUGUSTIN CAUCHY.

Note sur une démonstration très-simple d'un théorème qui comprend comme cas particulier le théorème fondamental sur lequel repose la théorie des constantes arbitraires ; par M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Les objets de ces deux Notes seront exposés avec plus de détail dans de nouveaux articles. »

RAPPORTS.

Compte rendu des expériences faites sur une cuirasse de matière végétale feutrée soumise à l'expérimentation des membres de l'Académie par M. PAPADOPOULO VRETO (1).

(Commissaires, MM. Piobert, Séguier rapporteur.)

« Dans une précédente séance, vous avez honoré de votre bienveillante attention la lecture faite par M. Papadopoulo d'un Mémoire contenant d'intéressantes recherches sur les armes défensives des anciens; sans vouloir reproduire aujourd'hui les citations nombreuses d'auteurs consultés par M. Papadopoulo, qu'il nous soit permis de dire que ses investigations tendent à établir, en définitive, qu'à ces époques reculées, les matières végétales filamenteuses, imprégnées de sel et de vinaigre, étaient employées avec succès pour former des cuirasses propres à garantir le corps des hommes de l'atteinte des armes blanches perforantes ou coupantes.

» Préoccupé du choix que les anciens avaient fait des substances végétales pour protéger leur corps dans les combats, M. Papadopoulo a pensé que de semblables procédés, légèrement modifiés, pourraient encore servir utilement de nos jours à garantir les soldats contre le choc si violent des petits projectiles lancés par la poudre.

» Aussi a-t-il fait confectionner, avec du lin très-divisé, une espèce de feutre auquel il a donné le nom de *pilima* (de *πίλημα*, *feutre*, en grec). C'est avec cette matière qu'il a formé le plastron qu'il propose pour l'armement des troupes, et sur l'efficacité duquel il a provoqué avec confiance votre consciencieux examen.

» Nous n'avons pas, messieurs, à vous entretenir des recherches historiques de M. Papadopoulo; les résultats auxquels il est parvenu doivent *seuls* nous occuper un instant aujourd'hui, et, nous devons nous hâter de le dire, ce n'est pas au point de vue militaire, mais au point de vue purement expérimental, que nous allons exposer très-succinctement les épreuves répétées par vos Commissaires sur un plastron de *pilima*. La prétention de M. Papadopoulo est de former, avec du lin divisé, macéré dans une disso-

(1) Ce Rapport avait été lu dans la séance du 9 mai 1842, mais quelques membres ayant demandé une modification, M. le rapporteur fit remarquer que cette modification, qui lui semblait convenable, devait avoir l'assentiment de l'autre commissaire; en conséquence, il fut décidé que le Rapport serait présenté de nouveau après le retour de M. Piobert.

lution de sel et de vinaigre, feutré à l'arçon du chapelier, une espèce de matelas végétal infranchissable à la balle du pistolet de munition tiré même à bout portant.

» Le plastron de *pilima* soumis aux épreuves par vos Commissaires avait 29 millimètres d'épaisseur ; la masse de feutre, recouverte d'un cuir verni, pesait, avec ses courroies d'attache, 4 kil. 570 grammes. Déjà fatigué par une précédente expérience, le tissu était, dans quelques parties, sensiblement altéré ; néanmoins il a supporté, sans être traversé, le choc de cinq balles de calibre tirées à trois pas avec le pistolet réglementaire de cavalerie, chargé de 25^{gr},50 de poudre de guerre ordinaire. La pénétration moyenne de la balle dans le tissu a été, pour cette distance, d'environ 7 millimètres ; à la distance de huit pas environ, la pénétration a été réduite à 5 millimètres. La balle, légèrement déformée, laissait encore derrière elle une couche de feutre assez peu sensiblement désagrégée, de 10 à 15 millimètres d'épaisseur.

» Le plastron, pendant l'expérience, était appliqué contre une caisse de bois blanc ; les planches à demi pourries qui la composaient ont éprouvé un violent ébranlement, par suite de la commotion. Aussi, tout en proclamant l'efficacité de l'obstacle végétal opposé à la pénétration des balles tirées dans les circonstances précitées, vos Commissaires ne prétendent-ils rien conclure des avantages que de pareils plastrons pouvaient offrir pour la protection du corps de l'homme contre l'action des projectiles des petites armes à main. Pour arriver à une opinion sous ce point de vue, il eût été nécessaire de revêtir d'un tel plastron au moins un animal vivant, de le soumettre, ainsi garanti, aux violentes commotions résultant du choc répété de plusieurs balles arrêtées dans l'épaisseur du tissu. L'autopsie cadavérique, en révélant la présence ou l'absence de lésions organiques ou de fractures osseuses, eût permis d'asseoir une opinion, peut-être encore bien incertaine, sur le mérite d'une telle application expérimentée dans des circonstances aussi restreintes. Vos Commissaires ne se sont proposé de vérifier qu'une seule chose, la résistance du *pilima* composant le plastron soumis à l'examen de l'Académie par M. Papadopoulos ; ils rendent hommage à la vérité en déclarant que toutes les balles par eux tirées, de près ou de loin, avec le pistolet de cavalerie, chargé de la cartouche réglementaire de 25^{gr},50 de poudre de guerre ordinaire, contre le plastron de *pilima*, se sont toutes arrêtées dans son épaisseur, à des profondeurs variables avec les distances de tir, sans qu'aucune de toutes les balles tirées ait pu jamais traverser complètement le plastron soumis à l'épreuve. »

MÉMOIRES LUS.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Mémoire sur la cinchovine; par M. J. MANZINI.* (Extrait.)

(Commissaires, MM. Dumas, Pelouze, Regnault.)

« Le *quinquina jaën* du commerce, qui est aussi le *quinquina blanc* de la Condamine, et l'écorce du *cinchona ovata* de la flore du Pérou, a été de tout temps considéré comme dénué des propriétés fébrifuges des bons quinquinas, et par suite rejeté de la pratique médicale. Je n'ai réussi, en effet, à y découvrir ni quinine, ni cinchonine, mais j'ai pu y constater la présence d'une base végétale nouvelle, que j'appellerai cinchovine ou quinvine (de *quina ovata*), et dont j'essayerai dans ce travail de tracer l'histoire.

» La préparation de la cinchovine est exactement la même que celle de la quinine. Cette base se présente sous forme de cristaux prismatiques allongés, blancs, inodores, d'une saveur amère mais longue à se développer, par suite du peu de solubilité de cette substance. L'alcool la dissout très-bien, surtout à chaud; l'éther la dissout moins bien que l'alcool; elle est presque tout à fait insoluble dans l'eau. Les acides étendus la dissolvent et forment des sels qui, d'ordinaire, cristallisent assez facilement, très-solubles dans l'alcool, même faible, mieux à chaud qu'à froid, et dont les solutions sont précipitées par les alcalis et leurs carbonates, qui en séparent la cinchovine, par l'iodure de potassium, le bichlorure de platine, le chlorure d'or, et autres chlorures métalliques. L'ammoniaque aussi précipite les sels de cinchovine, et met la base en liberté; mais une partie seulement de cinchovine se précipite à l'état insoluble, surtout si l'excès d'ammoniaque est un peu considérable, car une partie de la base reste dissoute à la faveur de l'ammoniaque, et se dépose en cristaux déliés par l'évaporation de cette dernière; la portion même de cinchovine qui s'était précipitée, et qui était entièrement amorphe, finit par se changer en une masse cristalline d'un blanc nacré éblouissant. Il faut deux ou trois jours de temps pour que cet effet se produise. La solution alcoolique de cinchovine est très-amère; elle ramène au bleu le tournesol rougi par les acides, et verdit le sirop de violettes.

» Soumise à une température successivement croissante jusqu'à $+150^{\circ}$, la cinchovine ne change pas d'aspect et ne diminue pas de poids. Chauffée dans un tube à $+185^{\circ}$, elle fond en un liquide brunâtre sans se volatiliser.

ser; par le refroidissement elle se solidifie en une masse d'apparence résineuse, de la couleur de la colophane, fendillée sur toute sa surface; dans cet état, son poids est le même qu'avant la fusion, et, si on la fond de nouveau, on trouve que son point de fusion n'a pas changé. La cinchovine ne peut donc pas être rangée parmi les corps qui, d'après l'intéressante observation de Wöhler, dans son Mémoire sur l'acide lithofélique, offrent la propriété remarquable d'avoir deux points de fusion différents, suivant qu'ils sont amorphes ou cristallisés. La cinchovine fondue et refroidie est également soluble dans l'alcool bouillant, et s'en dépose en cristaux par le refroidissement. Vers $+ 190^{\circ}$, cette matière se décompose; elle fournit alors des produits empireumatiques d'une odeur très-fétide, et laisse un charbon très-volumineux. Ces expériences, montrent que la cinchovine cristallisée est complètement anhydre.

» De quatre expériences on a déduit :

	I.	II.	III.	IV.
Carbone....	69,69	69,92	69,05	69,70
Hydrogène..	6,88	7,04	7,28	6,97
Azote.....	7,23	7,39	7,62	7,23
Oxygène....	16,20	15,65	16,05	16,10
	100,00	100,00	100,00	100,00

» Tous ces nombres conduisent à la formule suivante :

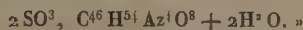
$C^{46} = 3450,00$	69,80
$H^{51} = 337,50$	6,83
$Az^4 = 354,08$	7,16
$O^8 = 800,00$	16,21
1 équivalent cinchovine. ... = 4941,58	100,00

» Ces nombres de la théorie s'accordent très-bien avec ceux de l'expérience.

» D'ailleurs l'exactitude de cette formule se trouve confirmée par l'analyse du bisulfate de cinchovine. Ce sel, que l'on prépare aisément en dissolvant à chaud cette base dans un léger excès d'acide sulfurique très-dilué, et laissant cristalliser la solution, m'a donné les résultats suivants :

	Calculés.	Trouvés.
$C^{46} = 3450,00$	55,92	55,59
$H^{58} = 362,50$	5,88	6,07
$Az^4 = 354,08$	»	»
$O^{10} = 1000,00$	»	»
$2SO^3 = 1002,24$	16,24	16,68
1 équivalent de bisulfate = 6168,82	100,00	100,00

et la formule atomique du sel sera



ANATOMIE. — *Recherches sur la structure intime des poumons dans l'homme et les mammifères; par M. BOURGERY. (Extrait par l'auteur.)*

(Commission précédemment nommée.)

« Dans la dernière séance j'ai exposé l'anatomie microscopique du capillaire aérien; voici maintenant celle du capillaire sanguin.

» Il existe deux espèces de capillaires pulmonaires qui semblent correspondre évidemment à une destination fonctionnelle différente : l'un formé par une chaîne sans fin de vaisseaux annulaires, relativement d'un très-grand volume; l'autre composé de réseaux membraneux de capillicules infiniment petits, qui remplissent les espaces des anneaux vasculaires.

» *Vaisseaux annulaires.* — Ces vaisseaux sont renfermés dans l'épaisseur des cloisons. Leur forme et leurs anastomoses sont invariablement les mêmes. Une artériole d'origine représente une tige dont les rameaux divergents se distribuent en cône ou en arbre. Deux ramifications principales, en s'écartant, pénètrent dans les cloisons intercanaliculaires, en interceptant un premier canal rétréci dans l'espace triangulaire qui le renferme. Au delà, elles enveloppent les canaux les plus voisins par autant de polyèdres ou d'anneaux vasculaires irréguliers formés par un seul vaisseau. La même disposition se répète de proche en proche, tous les canaux se trouvant ainsi environnés de vaisseaux annulaires, interposés dans leurs cloisons, du $\frac{1}{3}$ au $\frac{1}{5}$ de leur volume ($\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{25}$ de millimètre), qui s'abouchent les uns aux autres, dans les points tangents de leurs courbes adossées, ou aux nœuds d'intersection.

» A l'autre extrémité, les vaisseaux annulaires recomposent, par leur jonction, des rameaux dont l'inosculation forme les veinules; en sorte que, sur une coupe, soit entre deux rameaux nés de l'artériole d'origine ou de deux artérioles voisines, soit dans l'espace intermédiaire des artérioles aux veinules, la surface est formée par un canevas de ces vaisseaux annulaires, communiquant entre eux, ou mieux se continuant partout les uns avec les autres sans interruption, et dégradant un peu de diamètre des rameaux vers le centre moyen de jonction. L'ensemble de cette surface, criblée par les canaux que circonscrivent les cloisons vasculaires, présente l'image

d'un filet. La même disposition s'observe à tous les plans, quelle que soit leur inclinaison relative.

» *Réseaux de capillicules.* — Ce système de petits vaisseaux a son siège dans l'épaisseur de la paroi membraneuse elle-même des canaux capillaires aériens, tant les canaux ramifiés bronchiques que les canaux labyrinthiques. Il se présente donc en surface, séparé seulement de l'air atmosphérique à l'état normal, par une très-mince épaisseur de membrane, et il est situé à un plan plus superficiel que les vaisseaux annulaires logés dans l'épaisseur des cloisons.

» Pour être bien compris, le système de capillicules réticulés doit être considéré sous deux aspects : par fractions distinctes infiniment petites et dans son ensemble.

» 1°. Au point de vue fractionnel, il occupe les aires que circonscrivent entre eux les vaisseaux annulaires et leurs rameaux d'anastomoses, et forme, dans la membrane interne aérienne, autant de petites surfaces réticulées qu'il existe d'aires polyédriques entre ces vaisseaux. Étudié dans sa forme anatomique, le réseau se compose de petits rameaux en nombre inégal, du tiers au cinquième en volume des vaisseaux annulaires, qui s'abouchent dans ceux-ci sur divers points de la circonférence de l'aire qu'ils inscrivent, et se divisent en ramuscules très-déliés; ceux-ci se perdent dans un réseau de capillicules de même volume, environ $\frac{1}{100}$ de millimètre, qui tapisse également toute la surface. Les capillicules, du reste, s'abouchent continuellement les uns dans les autres, et sont tellement serrés qu'ils ressemblent à une toile, leurs intervalles, plus petits qu'eux, ne se présentant que comme des points sous les plus forts grossissements.

» Cet aspect est le même entre les différents vaisseaux annulaires, ceux formés par les artérioles comme ceux formés par les veinules; en sorte que les aires comprises entre les vaisseaux annulaires sont comme autant de petites surfaces sanguines isolées, neutres, en quelque sorte, par rapport aux capillaires en anneaux, c'est-à-dire n'appartenant spécialement ni aux artères ni aux veines, mais également à toutes deux, leur extrême minceur les constituant, par elle-même, surfaces d'hématose. Par la même raison, leurs petits rameaux ne peuvent être considérés absolument comme naissant des vaisseaux annulaires ou comme s'y rendant, puisqu'ils semblent devoir remplir alternativement, suivant le besoin, l'un ou l'autre office d'apport ou de retour.

» 2°. Au point de vue d'ensemble, les petites surfaces, quoique appartenant plus spécialement à l'aire polyédrique qui les renferme, s'anastomo-

sent néanmoins par leur circonférence les unes avec les autres, et constituent, par leur réunion de proche en proche, une vaste surface de capillicules en réseaux qui occupe toute l'étendue de la membrane aérienne des poumons.

» *Cloisons intercanaliculaires.* — Elles forment les intervalles qui séparent les canaux. D'une épaisseur variable et qui est de la moitié au quart du diamètre d'un canal, elles se composent de deux petites membranes, segments de la paroi circulaire de deux canaux, et entre lesquelles se trouvent renfermés les vaisseaux annulaires et les petits canaux labyrinthiques, ces derniers ne faisant que scinder un grand espace en plusieurs petits. La paroi membraneuse suit, dans chaque canal, un trajet sinueux qui détermine la forme du canal lui-même.

» Reste à déterminer l'accord physiologique des deux appareils capillaires dans le lobule qui en est le siège.

» Quant au canal aérien, je dois faire remarquer l'avantage, pour les communications et les dégagements de l'air en tous sens, d'un sac contractile formé par un système de canaux anastomosés dans toute direction et tous solidaires, où l'obstruction capillaire sur un point n'empêche pas la circulation des gaz, non-seulement au delà de l'obstacle, mais même, en quelque sorte, autour de lui, dans le canal qui le renferme.

» Enfin la double disposition des capillaires sanguins autour des canaux ramifiés bronchiques et labyrinthiques, et dans l'épaisseur de leur paroi membraneuse, offre à la fois l'image et l'instrument des deux fonctions qui s'exécutent en même temps dans le poumon. Le système *annulaire*, où le sang circule par 40 à 80 globules de front, est proprement l'organe circulatoire ou destiné à entretenir le cercle de la circulation du cœur droit au cœur gauche, même pendant les maladies des poumons; tandis que le système *réticulé*, où les globules du sang se tamisent dans la membrane aérienne pour passer un à un, en chapelet, à travers la série des capillicules d'une aire polyédrique, et successivement par une chaîne de cinq à huit petites surfaces semblables intermédiaires des artérioles aux veinules, s'annonce, par cela même, comme la surface essentielle d'hématose, ou l'organe proprement respiratoire. »

M. RAYER commence la lecture de la première partie de ses recherches de *Pathologie comparée* : cette partie est relative aux *Affections tuberculeuse des organes respiratoires considérées dans différentes classes du règne animal*. M. Rayer continuera cette lecture dans une prochaine séance.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Recherches sur l'élasticité et la ténacité des métaux ;*
par M. WERTHEIM. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Poncelet, Pelouze, Babinet, Duhamel.)

« Dans le grand nombre de recherches qui ont été entreprises sur les propriétés mécaniques des corps, les expérimentateurs se sont, pour la plupart, bornés à confirmer les lois que l'analyse avait fait connaître d'avance ou à examiner les substances qui entrent dans les constructions. Ainsi, tandis que, d'un côté, les lois des petits changements de forme et des vibrations peuvent être regardées comme parfaitement connues, et que, de l'autre côté, le fer et l'acier, le bois et les pierres ont été étudiés avec soin, les propriétés mécaniques des corps en général et les lois des déplacements de leurs molécules, quand ces déplacements ne sont plus très-petits par rapport aux distances qui les séparent, ont été presque entièrement négligés.

» La constance ou la variabilité du coefficient d'élasticité dans une même substance placée dans différentes circonstances, les changements que le traitement mécanique, le recuit, l'élévation de température peuvent lui faire subir, le rapport entre la vitesse théorique et la vitesse réelle du son, les lois des déplacements permanents et des différentes positions d'équilibre, l'existence d'une vraie limite d'élasticité et d'un allongement maximum, enfin les valeurs numériques de toutes ces quantités et leur liaison avec la nature chimique des corps (1), offrent autant de questions qui n'ont pas encore été traitées par les physiciens, ou qui ont été résolues dans des sens différents.

» Dans ce premier Mémoire, que j'ai l'honneur de soumettre au juge-

(1) Quelques mois après le dépôt de mon paquet, M. Masson a présenté à l'Académie un Mémoire dans lequel il cherche à établir, par ses propres expériences sur le fer, le cuivre et le zinc, et par les expériences de Chladni sur l'étain et l'argent, la loi suivante : En multipliant les coefficients d'élasticité des corps simples par un multiple ou sous-multiple de leurs équivalents, on obtient un nombre constant. M. Masson n'attribue lui-même ce fait qu'au hasard (*Ann. de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. III). Je n'ai donc pas cru devoir revenir là-dessus. On conçoit, du reste, qu'on peut toujours obtenir un certain accord en choisissant arbitrairement les nombres entiers par lesquels il faut multiplier ou diviser les poids atomiques.

ment de l'Académie, je ne m'occupe que des métaux simples. Dans un court historique des travaux faits jusqu'ici, je rappelle d'abord les expériences sur la constance du coefficient d'élasticité : Coulomb et Lagerhjelm ont trouvé le même coefficient d'élasticité pour le fer et pour l'acier de même échantillon, quel qu'ait été le traitement mécanique auquel ils furent soumis; M. Poncelet, au contraire, en s'appuyant sur l'ensemble des résultats connus, n'admet pas cette constance même pour le fer. Les autres métaux n'ont pas encore été étudiés sous ce rapport.

» M. Gerstner conclut de ses expériences sur des fils d'acier, que le coefficient d'élasticité reste le même dans les différentes positions d'équilibre du fil.

» En négligeant les différences qui peuvent avoir lieu sur un même métal, à cause des variations dans sa densité ou à cause de son impureté, les coefficients d'élasticité ont été déterminés, pour le plomb, le zinc, l'argent, le platine, le cuivre, le fer et l'acier, par Coulomb, Tredgold, Barlow, Young, Rennie, Duleau, Navier, Lagerhjelm, Leslie, Gerstner, Séguin, Martin, Savart, Weber, Ardant et par la commission royale du Hanovre.

» Chladni a pris la vitesse du son sur le fer, le cuivre, l'argent et l'étain, et Savart sur le fer, l'acier et le cuivre. M. Masson a fait connaître les vitesses dans le zinc et le plomb pauvre.

» Ces résultats forment à peu près l'ensemble de nos connaissances expérimentales sur l'élasticité à la température ordinaire; les changements que l'élasticité éprouve par l'élévation de température n'ont pas encore été étudiés.

» Les recherches sur la cohésion des métaux sont beaucoup plus nombreuses; mais, par leur nature même, moins aptes à donner des résultats concordants. Il serait trop long de les citer ici; je rappellerai seulement encore que l'influence du recuit sur la cohésion a été étudiée par MM. Dufour, Baudrimont et Karmarsch, et celle de l'élévation de température sur la cohésion du fer par MM. Tredgold, Lagerhjelm, Trémery, Poirier et Dufour. Enfin, MM. Minard et Desormes ont fait connaître la diminution de cohésion que le plomb, l'étain et le cuivre éprouvent par la chaleur.

» Mes expériences ont porté sur les métaux homogènes, que j'ai moi-même réduits ou analysés, quand il n'était pas possible de les avoir parfaitement purs : c'étaient le plomb, l'étain, le cadmium, l'or, l'argent, le zinc, le platine, le cuivre, le fer et l'acier. Chaque métal fut d'abord coulé, quand cela se pouvait, puis écroui et étiré, et enfin recuit. Dans chacun de ces états sa densité a été prise, puis j'ai déterminé son coefficient d'élasticité

et la vitesse du son correspondante, au moyen de trois méthodes différentes : par les vibrations transversales, par les vibrations longitudinales et par l'allongement.

» Le nombre de vibrations transversales par seconde, a été déterminé par la méthode de dessiner les vibrations, due à M. Duhamel. Un petit crochet élastique, attaché au sommet de la verge à examiner, laisse une empreinte sur un disque enduit de noir de fumée. N'ayant pu réussir à donner à ce disque un mouvement uniforme, j'ai déterminé la durée des vibrations en comparant les vibrations de la verge à celles d'un diapason normal, exécuté par M. Marloye, et faisant exactement 256 vibrations par seconde; le temps se trouve ainsi déterminé à moins de $\frac{1}{2560}$ de seconde près.

» Le nombre des vibrations longitudinales fut déterminé au moyen d'un sonomètre différentiel, accordé sur le même diapason. Je me suis assuré de l'exactitude de cette évaluation en comptant directement les vibrations longitudinales dessinées par deux verges de 2 mètres de longueur. Les différences n'ont été que de 3 à 7 vibrations sur mille.

» Enfin les verges et fils furent soumis à l'action de charges successivement croissantes, dans un appareil qui permettait de mettre et d'ôter les charges, même fort considérables, avec une grande facilité et sans secousses. Les allongements totaux sont composés de deux parties, l'une qui disparaît avec l'action de la charge, et l'autre qui est permanente. Chacune de ces deux parties fut séparément mesurée au moyen d'un cathétomètre donnant les centièmes de millimètre. Ainsi, non-seulement le coefficient d'élasticité a été de nouveau déterminé dans chaque position d'équilibre que la verge atteignait, mais aussi tout ce qui a rapport à la limite d'élasticité, à l'allongement maximum et à la cohésion, a été étudié en même temps. Après la rupture, la densité et l'élasticité des fragments ont été de nouveau examinées. Enfin, toutes les expériences par l'allongement ont été répétées aux températures de 100° et de 200°.

» Voici les conclusions qu'on peut tirer du résultat de ces expériences :

» 1°. Le coefficient d'élasticité n'est pas constant pour un même métal; toutes les circonstances qui augmentent la densité le font grandir, et réciproquement.

» 2°. Les vibrations longitudinales et transversales conduisent sensiblement au même coefficient d'élasticité.

» 3°. Les vibrations conduisent à des coefficients d'élasticité plus grands que ceux qu'on obtient par l'allongement; cette différence provient de l'accélération de mouvement produite par la chaleur dégagée.

» 4°. Par suite, le son dans les corps solides, est dû aux ondes avec condensation, et l'on pourra, au moyen de la formule donnée par M. Dubamel, se servir du rapport entre les vitesses théorique et réelle du son pour trouver le rapport de la chaleur spécifique sous pression constante à celle sous volume constant. Ce rapport est plus grand pour les métaux recuits que pour les métaux non recuits.

» 5°. Le coefficient d'élasticité diminue avec l'élévation de la température, dans un rapport plus rapide que celui qu'on déduirait de la dilatation correspondante.

» 6°. L'aimantation ne change pas sensiblement l'élasticité du fer.

» 7°. L'allongement des verges ou fils, par l'application de charges, ne change que très-peu leurs densités; le coefficient d'élasticité doit donc aussi peu varier dans les diverses positions d'équilibre, et c'est, en effet, ce qui a lieu tant que les charges n'approchent pas de très-près celle qui produit la rupture. La loi de Gerstner se trouve donc confirmée sur tous les métaux qui atteignent encore sensiblement une position d'équilibre après avoir dépassé leur limite d'élasticité.

» 8°. Les allongements permanents ne se font pas par sauts, par saccades, mais d'une manière continue; en modifiant convenablement la charge et sa durée d'action, on pourra produire tel allongement permanent qu'on voudra.

» 9°. Il n'existe pas de vraie limite d'élasticité; et, si l'on n'observe pas d'allongement permanent pour les premières charges, c'est qu'on ne les a pas laissées agir pendant assez de temps, et que la verge soumise à l'expérience est trop courte relativement au degré d'exactitude de l'instrument qui sert aux mesures.

» Les valeurs de l'allongement maximum et de la cohésion dépendent aussi beaucoup de la manière d'opérer; on les trouve d'autant plus grandes que l'on augmente plus lentement les charges.

» On voit à combien d'arbitraire est soumise la détermination du plus petit et du plus grand allongement permanent, et qu'on ne saurait, avec M. Lagerhjelm, fonder une loi sur leurs valeurs.

» 10°. La résistance à la rupture est considérablement diminuée par le recuit. L'élévation de température jusqu'à 200° ne diminue pas de beaucoup la cohésion des métaux recuits d'avance.

» Après cette partie purement expérimentale, j'essaye de trouver un rapport entre le coefficient d'élasticité, qui est la seule donnée mécanique vraiment scientifique, et la constitution moléculaire, pour comparer les ré-

sultats du calcul à ceux de l'expérience. M. Poisson a été conduit à l'expression suivante du coefficient d'élasticité :

$$q = \frac{\pi}{8} \sum_{r=\alpha}^{r=\infty} \frac{r^5}{\alpha^5} \frac{d^4 fr}{dr^4},$$

dans laquelle on désigne par α la distance moyenne des molécules, par r le rayon d'activité de la molécule, la fonction fr donnant la résultante de l'action simultanée de la force moléculaire attractive et de la répulsion due à la chaleur.

» Pour trouver α , j'admets que le poids de chaque molécule est exprimé par son poids atomique; on sait combien cette hypothèse a acquis de probabilité par les recherches de MM. Dulong et Petit, Avogadro, Regnault et Baudrimont, sur la chaleur spécifique.

» Le nombre relatif d'atomes contenus dans un même volume, s'obtient donc en divisant le poids spécifique par le poids atomique; l'inverse de la racine cubique de ce nombre est la mesure de la distance des molécules pour chaque métal dans ses différents états, c'est-à-dire la valeur de α . Il ne reste donc d'inconnu dans la formule que la fonction fr , que l'on pourra essayer d'en déduire.

» Voici les conséquences de cette formule :

» 1°. q doit devenir plus grand quand α diminue, et réciproquement. On voit, dans le quatrième tableau de mon Mémoire, qu'en effet cela a lieu; mais les condensations et les dilatations que nous pouvons produire par des moyens mécaniques sont trop petites pour qu'on puisse déterminer, avec certitude, le rapport entre les changements de α et de q ; toutefois le produit $q\alpha^7$ est, à très-peu près constant, pour un même métal.

» Avec l'élévation de température, le coefficient d'élasticité décroît si rapidement, que le produit $q\alpha^7$ est toujours plus petit qu'à la température ordinaire; la fonction fr doit donc contenir la température;

» 2°. Les différents métaux se suivent dans le même ordre, quant à la proximité des molécules, aux coefficients d'élasticité et à leur faculté de conduire le son relativement à son intensité. (Cette dernière n'est connue qu'approximativement par les expériences de Perolle.)

» Le platine seul se place entre le cuivre et le fer par rapport au coefficient d'élasticité, tandis qu'il est placé entre le zinc et le cuivre par rapport aux distances des molécules.

» 3°. Le produit du coefficient d'élasticité par la septième puissance de la moyenne distance relative des molécules est le même pour la plupart des métaux. Cet accord est aussi complet qu'on peut l'exiger, à ce degré d'approximation, pour le plomb, le cadmium, l'or, l'argent, le zinc et le fer; mais le cuivre donne un produit un peu moindre, et l'étain et le platine, des produits beaucoup plus élevés que les autres métaux.

» Si cette concordance était générale, on en conclurait que la résultante de la force moléculaire attractive et de la répulsion de la chaleur décroît en raison inverse de la cinquième puissance des distances.

» Mais, cet accord ne se confirmant pas sur tous les métaux, les expériences prouvent seulement que cette résultante décroît en effet, comme on le suppose dans les calculs, beaucoup plus rapidement qu'en raison inverse du carré des distances. »

Dans la Lettre jointe à ce Mémoire, l'auteur demande l'ouverture d'un paquet cacheté qu'il avait adressé en date du 19 juillet 1841. Ce paquet, ouvert séance tenante, renferme la Note suivante.

Paquet cacheté adressé par M. WERTHEIM en 1841, et dont le dépôt a été accepté par l'Académie dans sa séance du 19 juillet.

« Les physiciens admettent, en général, que le poids atomique représente le vrai poids des molécules, et que les diamètres des molécules sont négligeables à l'égard des distances qui les séparent. On peut donc obtenir le nombre de molécules des différents corps simples contenus dans l'unité de volume, en divisant leurs poids spécifiques par leurs poids atomiques; quant aux corps composés, ce même raisonnement pourra conduire à la connaissance de leur arrangement moléculaire.

» Or la force attractive doit nécessairement être une fonction de la distance, fonction que l'expérience seule peut faire connaître, et qui conduira à la connaissance des lois de la cohésion, de l'élasticité et de la vitesse du son. Le rapprochement contenu dans le tableau suivant, et que j'ai déjà communiqué à M. d'Estingshausen, à Vienne, il y a quatre ans, démontre en effet l'intime liaison de ces différentes quantités.

» La première colonne contient les poids spécifiques des métaux fondus, la seconde contient les poids atomiques, en supposant le poids atomique de l'oxygène = 1; la troisième colonne, enfin, contient les nombres d'atomes sous l'unité de volume.

» Les poids atomiques sont ceux de M. Berzélius, excepté celui de l'argent, qui est réduit à la moitié, conformément aux recherches de MM. Du-long et Petit, et de M. Regnault, sur la chaleur spécifique.

	S.	A.	S. A.	RÉSISTANCE A LA RUPTURE par millimètre.		Coefficient d'élasticité Tredgold.	Vitesse du son Chladni.
				Par extension, d'après Guyt.-Morveau.	Par compression, d'après Rennie.		
Plomb.....	11,352	12,94498	0,8769	0,022	145	600	»
Étain.....	7,285	7,35294	0,9907	0,063	620	3200	7,5
Or.....	19,258	12,43013	1,5493	0,274	»	»	»
Argent.....	10,542	6,75803	1,5599	0,341	»	»	9,0
Zinc.....	6,861	4,03226	1,7015	0,199 (*)	»	9600	»
Platine.....	21,530	12,33499	1,7454	0,493	»	»	»
Cuivre.....	8,850	3,95695	2,2365	0,550	3855	»	12,0
Fer.....	7,788	3,39205	2,2959	1,000	»	20000	17,0

(*) La résistance du zinc est plus petite qu'elle ne devrait être d'après son nombre d'atomes; mais on peut bien attribuer cette discordance à l'impureté du métal soumis à l'expérience, ou à son état de cristallisation.

» Remarquons encore que les métaux, rangés d'après leur conductibilité pour l'intensité du son, se suivent ainsi, suivant Perolle : plomb, étain, or, argent, cuivre, fer.

» Enfin le diamant, le plus dur des corps simples, contient à peu près deux fois autant de molécules que le fer; son nombre est 4,668 à 4,708; on obtient ces nombres en divisant ses poids spécifiques extrêmes 3,501—3,531, par son poids atomique 75, récemment déterminé par M. Dumas.

» On voit que, dans les corps simples qui ont été soumis à l'expérience jusqu'ici, la cohésion, l'élasticité et la conductibilité pour le son, tant à l'égard de sa vitesse que quant à son intensité, sont d'autant plus fortes que les molécules de ces corps sont plus rapprochées l'une de l'autre à la même température.

» Mais ces expériences sont loin d'être assez exactes pour qu'elles puissent servir de base aux calculs; en effet, on n'a opéré que sur un petit nombre

de métaux chimiquement impurs, et par les méthodes d'extension et de rupture, qui me paraissent moins aptes à l'étude des forces moléculaires que des recherches sur les vibrations. C'est dans ce but que je m'occupe actuellement d'expériences sur les vibrations des verges de métaux chimiquement purs, dont j'aurai l'honneur de soumettre à l'Académie les résultats. »

ZOOLOGIE. — *Mémoire sur les Gordius et les Mermis*; par M. DUJARDIN.

(Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Flourens, Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire, Milne Edwards.)

« Il suffit de jeter les yeux sur ce qui a été fait jusqu'à présent sur ces animaux, qu'on a voulu mal à propos réunir aux Filaires, pour reconnaître combien est encore obscure et indécise la question considérée sous le double point de vue zoologique et anatomique. Cela tient, d'une part, à ce que, considérant seulement d'abord la forme extérieure, on a confondu les êtres les plus dissemblables, par ce seul motif qu'ils sont filiformes; et, d'autre part, à la difficulté extrême de disséquer méthodiquement des animaux dont les dimensions sont tellement disproportionnées, que la largeur d'un organe est contenue plus de deux cents fois dans sa longueur. Cela tient aussi à ce qu'on n'a connu ces helminthes que pendant la dernière période de leur vie, lorsque les organes digestifs, et peut-être d'autres organes importants, ont disparu plus ou moins complètement excessifs, par suite du développement des organes génitaux.

» Mes observations portent sur deux espèces de vrais *gordius*, dont une nouvelle, et sur un autre ver filiforme confondu généralement avec eux, et qui doit former le type d'un nouveau genre, sous le nom de *mermis nigrescens* (du mot grec *μέρμις*, *funiculus*). Ce ver, que j'ai étudié plus particulièrement, est blanchâtre, plus ou moins noirâtre à l'intérieur, par suite du développement des œufs; il est long de 100 à 125 millimètres, épais de 0,5 à 0,6, cylindrique, peu à peu aminci en avant, où la tête n'a qu'un dixième de millimètre; on l'a souvent trouvé et quelquefois très-abondamment enroulé autour des plantes, après la pluie, ou sur la terre humide, sous laquelle il avait vécu d'abord très-probablement parasite des larves de hanneton. Il ne vient au jour que pour répandre ses

œufs, qui sont noirs, larges d'un vingtième de millimètre, et contiennent un embryon enroulé, long d'un quart de millimètre, semblable à une anguillule, et qu'on peut garder vivant dans l'eau pendant quelque temps. Le *ermis* ne tarde pas à périr s'il reste exposé à l'air; mais, si on le met dans l'eau, il peut y rester vivant pendant plus de huit jours, quoiqu'il s'efforce sans cesse d'en sortir.

» Le *ermis* diffère des *gordius* et de tous les helminthes et annelides, 1° par son tégument formé d'un épiderme homogène recouvrant une double couche de fibres obliques croisées, et d'un tube cartilagineux épais, formé de quinze à trente couches concentriques; et 2° surtout par le mode de développement de ses œufs, solitaires dans autant de capsules ou pyxides que soutiennent, à leurs deux pôles, deux funicules fibreux.

» Ce genre, pour lequel on devra créer un nouvel ordre d'Helminthes, intermédiaire entre les Nématoides et les Acanthocéphales, ceux-ci ayant de même un appareil digestif incomplet, et des œufs isolés dans une double ou triple enveloppe, sera caractérisé ainsi :

» MERMIS.—*Vermis corpore longissimo, filiformi, elastico, antice parumper attenuato; capite subinflato; ore terminali minimo rotundo; intestino simplice, postice obsoleto; ano nullo; vulva antica, transversa.*

» *Ova juxta placentas lineares, intra tubum muscularem concepta, denique incapsulis monospermis, bipolaribus, bipedicellatis, deciduis inclusa.*

» L'espèce nommée *M. nigrescens* ayant pour caractères :

» *M. cauda obtusa; capite subangulato ob papillas 5-6 obsoletas; ovis nigris.*

» Des deux *gordius* que j'ai étudiés, l'un seulement, qui constitue une nouvelle espèce, *gordius Tolosanus*, est revêtu d'un épiderme élégamment aréolé, dont la présence et la structure doivent le caractériser spécifiquement.

» Ces deux *gordius* ont cela de commun, qu'ils sont sans bouche, sans anus, sans véritables nerfs ou vaisseaux. Ils sont, comme le *ermis*, revêtus d'un tégument épais, élastique, résistant et très-hygrométrique; mais ce tégument, à part l'épiderme qui distingue l'une des deux espèces, est formé de seize à vingt-quatre plans de fibres croisées entourant tout le corps comme un double système d'hélices.

» Ils ont à l'intérieur un tube charnu, musculeux, à parois épaisses, d'une structure rayonnée, ou formé de lames ou de fibres assemblées en lames longitudinales situées dans la direction de l'axe, et très-contractiles.

» Dans ce tube, les *gordius* ont tous un tissu aréolaire, à mailles polyédriques, renfermant chacune une substance blanche ou une masse arrondie, avec un globule qu'on pourrait prendre pour un ovule. Ce tissu est traversé, dans toute la longueur du tube, par une cloison irrégulière provenant du rapprochement des lames qui séparent les mailles ou cellules, et dans l'épaisseur de laquelle sont creusés de chaque côté un ou deux canaux. Enfin, tous ces animaux n'ont qu'une seule ouverture, située à l'extrémité supérieure, et servant sans doute à la génération. Ainsi, les *gordius* manquant des organes destinés à la conservation de l'individu, on est conduit à penser qu'ils pourraient être aussi, comme les *mermis*, le dernier terme du développement d'un helminthe chez lequel ces organes auraient été atrophiés, par suite de l'accroissement excessif du système tégumentaire et des organes destinés à la conservation de l'espèce. »

M. W. MEISTER adresse un Mémoire, écrit en allemand, sur la *vitesse de la lumière*.

(Commissaires, MM. Babinet, Regnault.)

M. COIFFÉ adresse une Note sur un *nouveau moteur*.

MM. Piobert et Séguier sont priés de prendre connaissance de cette Note, et de faire savoir à l'Académie si elle est de nature à devenir l'objet d'un rapport.

CORRESPONDANCE.

M. CHEVREUL fait hommage, au nom de l'auteur M. *Mulsant*, du deuxième volume de l'*Histoire naturelle des Coléoptères de France*. (Voir au *Bulletin bibliographique*.)

M. REGNAULT communique à l'Académie, des résultats très-curieux obtenus par M. MOSER, de Königsberg, sur la formation des images daguerriennes, et qui lui ont été adressés par M. *de Humboldt*.

« On sait maintenant que lorsqu'une plaque iodée est laissée pendant un temps convenable dans la chambre obscure, on obtient une image immédiatement visible, sans avoir besoin de passer la plaque au mercure. Mais cette image est une *image inverse* ou *négative*, c'est-à-dire que les clairs y sont représentés en noir, et les ombres, au contraire, se trouvent représentées par des clairs. Dans les expériences de M. Daguerre on n'attend pas que cette image négative paraisse; quand on retire la plaque

de la chambre noire, on n'y aperçoit rien; mais la couche iodée est suffisamment affectée pour que l'image paraisse lorsqu'on expose la plaque aux vapeurs mercurielles. Il faut néanmoins pour cela que la plaque soit restée exposée un temps suffisant à la radiation.

» Les expériences curieuses de M. Ed. Becquerel ont montré qu'il suffisait d'un temps extrêmement court pour que la pellicule iodée reçût une impression notable, laquelle n'était pas à la vérité rendue immédiatement sensible par la vapeur de mercure; mais que si la plaque était placée ensuite pendant quelque temps au soleil sous un verre rouge, la pellicule continuait à s'impressionner et l'image pouvait, après cette nouvelle action, devenir sensible par la vapeur mercurielle. De là, la distinction établie par M. Becquerel, de *rayons excitateurs* et de *rayons continueurs*.

» M. Moser a constaté les principaux résultats de M. Becquerel et a observé de nouveaux faits.

» Il a reconnu qu'il était nécessaire que la plaque iodée restât exposée pendant un certain temps sous l'influence des premiers rayons, dans la chambre noire, pour que l'image pût se développer ensuite sous le verre rouge; mais que si l'on prolongeait très-longtemps l'action sous le verre rouge, on voyait apparaître directement une *image négative* (sans emploi de mercure).

» M. Gaudin avait déjà reconnu que les verres jaunes sont dans cette circonstance beaucoup plus actifs que les verres rouges. M. Moser a observé ce fait curieux : une plaque iodée, qui avait séjourné dans la chambre obscure à peu près le temps convenable pour donner l'*image positive* ordinaire (1) à la vapeur de mercure, fut placée au soleil sous un verre jaune; elle ne montrait alors aucune image : on vit aussitôt se former très-rapidement une *image négative*; celle-ci disparut au bout de quelques instants, et, après 10 à 15 minutes, il apparut à sa place une *image positive*.

» En employant des verres rouges, M. Moser n'a jamais pu obtenir d'image positive, quel que fût le temps de l'exposition; il a reconnu, au contraire, que cette transformation avait lieu très-bien sous les verres verts.

» M. Moser se trouve conduit à distinguer de la manière suivante l'action

(1) On donne le nom d'*image positive* ou *directe* à celle dans laquelle les clairs sont représentés par des clairs et les ombres par des noirs, comme dans nos dessins ordinaires.

des divers rayons du spectre : Sur la couche iodée intacte, les rayons violets et bleus sont les seuls actifs; ils produisent un commencement d'altération qui n'est pas visible directement, mais qui le devient par l'action de la vapeur mercurielle quand cette altération est arrivée à un certain point. Mais on peut distinguer deux périodes dans cette altération progressive de la couche iodée : à la fin de la première période, la couche iodée est tellement modifiée, que les rayons rouges et orangés agissent maintenant aussi bien que les rayons bleus et violets; mais les rayons jaunes n'agissent pas encore; car, si l'on retire la plaque trop tôt de la chambre obscure, on voit que les rayons jaunes sont tout à fait inactifs. A la fin de la seconde période les rayons verts et jaunes agissent à leur tour; la plaque est alors à peu près au point où l'image devient visible sous l'influence des vapeurs mercurielles.

» Une plaque iodée a été placée dans la chambre obscure et laissée pendant plus d'une heure dirigée sur des objets éclairés par le soleil, de manière à présenter une *image négative* très-distincte; cette image a été mise ensuite en plein soleil; au bout de quelques minutes l'image négative avait disparu et l'on vit apparaître à sa place une *image positive* tout aussi nette, dans laquelle les clairs avaient une nuance verdâtre et les ombres une couleur d'un rouge-brun foncé. M. Moser attribue ce dernier effet aux rayons jaunes et verts.

» On voit par ces expériences de M. Moser, qu'il y a deux images qui se forment successivement et directement sur la plaque. M. Moser a cherché s'il ne s'en formait pas encore d'autres; pour cela il a pris deux plaques dont l'une fût passée à l'iode et la seconde au chlorure d'iode; il plaça chacune de ces plaques dans une chambre noire particulière dont les lentilles étaient dirigées sur des maisons éloignées; les chambres noires étaient renfermées dans une pièce complètement obscure, pour éviter l'action de la lumière diffuse. La saison était très-défavorable, on était en hiver: l'expérience fut prolongée pendant treize jours; au bout de ce temps on trouva des images positives sur les deux plaques. La plaque au chlorure d'iode présentait l'image la plus vive; elle était d'un très-bel aspect par la vivacité de ses couleurs; les clairs étaient d'un bleu de ciel bien franc et les ombres d'un rouge de feu très-intense. M. Moser regarde ces images comme étant toujours la première image positive.

» La plaque au chlorure d'iode ayant été plongée dans la dissolution de l'hyposulfite de soude, les couleurs disparurent immédiatement, et l'on vit paraître l'*image négative*.

» M. Moser a fait ensuite une série d'expériences avec des rayons polarisés, dans le but de rechercher si les rayons qui produisent les images, se différenciaient sous ce rapport des rayons lumineux; il n'a pu constater aucune différence.

» En plaçant au devant de la lentille de la chambre obscure un prisme de chaux carbonatée achromatisé pour une des images et dirigeant la lentille sur une statue, il obtint deux images, parfaitement distinctes et nettes, bien qu'une seule des deux images parût achromatique à l'œil.

» M. Moser prit également les épreuves des anneaux colorés et des figures données par la lumière polarisée dans les plaques cristallines, verres trempés, etc., etc.; dans toutes ces circonstances les images se trouvèrent semblables à celles que l'on voit à la vue directe.

» On sait depuis longtemps que si l'on écrit avec certaines substances sur une plaque de glace bien polie, qu'ensuite on efface les caractères, et qu'on nettoie complètement la surface, les caractères reparaissent toujours quand on y projette de l'humidité par le souffle de l'haleine. M. Moser a reconnu que ce phénomène se présentait pour tous les corps polis, et quelle que soit la matière avec laquelle les caractères ont été tracés. Ainsi, on l'obtient d'une manière très-marquée en soufflant l'haleine sur la plaque de glace, et traçant immédiatement quelques caractères avec un pinceau très-propre; si l'on vient à souffler de nouveau l'haleine dessus après que la première humidité s'est évaporée, on voit reparaître les caractères. Le même phénomène se présente, même après plusieurs jours, à la surface du mercure, pourvu qu'on laisse ce liquide parfaitement tranquille. On l'observe aussi en plaçant sur une plaque polie un écran découpé, et projetant ensuite l'haleine sur l'écran. La vapeur d'eau qui se condense à l'endroit des découpures étant évaporée, on reconnaît toujours, d'après M. Moser, en soufflant de nouveau l'haleine sur la plaque, la place occupée par les caractères à la première insufflation.

» M. Regnault pense que, dans ces dernières expériences, la petite quantité de matière grasse qui se trouve constamment à la surface des corps, ou qui peut être envoyée par l'haleine, peut jouer un grand rôle; en se déposant différemment à la surface de la plaque, elle peut modifier suffisamment la nature de cette surface, pour que la modification devienne sensible par des réflexions inégales de lumière produites sur les dépôts inégaux de la vapeur.

» M. Moser a reconnu que la vapeur d'iode et la vapeur de mercure se

prêtent très-bien à la manifestation des images; dans le cas où la vapeur d'iode seule ne manifestait pas l'image, on la faisait naître ordinairement en exposant ensuite la plaque aux vapeurs du mercure.

» Une plaque d'argent fut iodée comme pour les épreuves daguerriennes. On plaça sur cette plaque des objets divers, des médailles métalliques et non métalliques. L'objet étant enlevé, on reconnaissait quelquefois immédiatement sa place; mais c'est surtout en exposant la plaque aux vapeurs de mercure que l'image paraissait d'une manière assez nette, pour que l'on put reconnaître parfaitement bien des figures, des lettres, etc.

» Cette expérience réussit tout aussi bien dans une *obscurité complète*, pendant la nuit, que sous l'influence de la lumière.

» Une plaque iodée traitée de la même manière, ne présentait aucune image après l'enlèvement de l'objet; mais l'image parut immédiatement, avec la plus grande netteté, quand la plaque fut exposée à la lumière diffuse ou au soleil.

» On obtient même une image sensible sur une plaque d'argent très-bien polie et n'ayant jamais servi, sans *la passer préalablement à l'iode*: on l'expose, après le contact de l'objet, à la vapeur de mercure. La même expérience a réussi avec des plaques d'autres métaux.

» M. Moser conclut de ces expériences que, lorsqu'une surface a été touchée dans certaines parties par un corps, elle a acquis la propriété de condenser les vapeurs des substances qui ont pour elle une certaine force d'adhésion, d'une autre manière dans les parties touchées que dans celles qui n'ont pas été au contact. De sorte que le contact aurait produit ici une modification analogue à celle de l'action de la lumière.

» Parmi les expériences faites par M. Moser, je citerai la suivante: Une plaque d'argent fut iodée pendant la nuit et dans une obscurité complète; on plaça ensuite sur la plaque une médaille taillée en agate, une plaque métallique gravée, un anneau en corne, etc. La plaque fut ensuite soumise aux vapeurs mercurielles; on vit apparaître les images parfaitement nettes des figures gravées sur l'agate, des lettres gravées sur la plaque métallique, de l'anneau, etc.

» Des plaques traitées de la même manière furent exposées, après le contact, à la lumière diffuse ou à la lumière solaire, et l'on vit apparaître directement des images tout aussi nettes. Enfin les expériences furent faites en exposant la plaque impressionnée, sous des verres colorés aux radiations solaires: on n'obtint que des traces d'images sous les verres rouges et jaunes; les images furent, au contraire, très-nettes sous les verres violets.

» Une plaque d'argent, qui n'avait pas encore servi, fut polie avec le plus grand soin, puis placée sous un écran noir dans lequel on avait découpé des caractères; l'écran ne touchait pas la plaque. L'appareil fut placé pendant plusieurs jours à la lumière solaire. La plaque ayant été ensuite exposée aux vapeurs mercurielles, l'image des découpures parut d'une manière parfaitement nette.

» La même expérience réussit très-bien avec une plaque de cuivre, en l'exposant ensuite à la vapeur d'iode.

» Enfin on obtint le même résultat sur une plaque de glace en projetant dessus l'haleine, après le contact.

» Les expériences précédentes montrent qu'au contact il se forme à la surface des corps polis des modifications analogues à celles que ces corps éprouvent sous l'influence de la lumière. Mais voici un résultat bien plus extraordinaire de M. Moser : c'est que le même phénomène se produit dans l'obscurité la plus complète, par les corps placés à distance. M. Moser énonce ce fait de la manière suivante : *Lorsque deux corps sont suffisamment rapprochés, ils impriment leur image l'un sur l'autre.*

» Les expériences ont été faites dans une obscurité complète, la nuit; les plaques et les corps produisant image, étaient placés dans une boîte fermée, située elle-même dans une chambre complètement obscure. Les images paraissaient quelquefois au bout de dix minutes d'action.

» M. Moser a cherché si la phosphorescence jouait un rôle dans ce phénomène; il n'a pu observer aucune différence entre l'action d'un corps laissé depuis plusieurs jours dans une obscurité complète et celui qui venait d'être exposé à l'action des rayons solaires. Ce résultat fut très-net pour une plaque d'agate qui fut exposée au soleil, la moitié de sa surface étant garantie des rayons solaires. Il fut impossible de distinguer sur l'image obtenue au moyen de cette agate sur une plaque d'argent polie, la partie soumise à l'insolation, de la partie qui était restée couverte.

» Les vapeurs ne sont pas essentielles pour manifester ces phénomènes. Ainsi, une plaque d'argent iodée étant soumise, dans l'obscurité complète, à l'action d'un corps placé à petite distance, pendant un temps suffisant, on voit paraître l'image; les parties qui ont été le plus influencées sont noircies d'une manière très-sensible.

» La seule manière d'expliquer la formation d'images distinctes dans ces circonstances, si on l'attribue à des radiations, consiste évidemment à admettre que ces radiations diminuent extrêmement rapidement d'intensité avec l'obliquité. C'est, en effet, ce qu'admet M. Moser.

» M. de Humboldt annonce, dans sa Lettre, que les expériences de M. Moser sur la formation des images dans l'obscurité, au contact et à petite distance, ont été répétées avec plein succès à Berlin par M. Aschersohn, en sa présence et en celle de l'astronome M. Encke.

» Une vignette gravée en creux dans une plaque d'alliage métallique a été placée sur une plaque d'argent parfaitement polie et non iodée, et laissée pendant 20 minutes : l'image était peu marquée, mais elle est devenue plus nette en iodant la plaque et la passant ensuite au mercure. Dans une autre expérience, on a placé sur la plaque d'argent polie un camée en coralline portant une inscription; les lettres étaient parfaitement lisibles sur l'image.

» M. Aschersohn a obtenu des traces d'images très-distinctes en plaçant la plaque d'alliage gravée, à une distance d'environ un tiers de ligne de la plaque d'argent. »

ASTRONOMIE. — *Observation de la fin de l'éclipse du 8 juillet, à la Chapelle près Dieppe; par M. NELL DE BRÉAUTÉ.*

« J'ai l'honneur d'envoyer à l'Académie les observations de la fin de l'éclipse du 8 juillet que nous sommes parvenues à obtenir malgré un ciel chargé de nuages qui nous forçait à changer continuellement les verres de couleur de nos lunettes; néanmoins nous avons lieu de penser que ces observations sont *exactes*.

Fin de l'éclips. A. Racine. Temps sidéral = $1^h 50^m 6^s,78$ Temps moyen = $6^h 46^m 52^s,33$
Idem moi = $1^h 50^m 8^s,78$ Temps moyen = $6^h 46^m 54^s,33$

» Les temps étaient comptés à une excellente pendule de Breguet, dont la marche était déterminée par de nombreux passages d'étoiles au méridien, observés de jour et de nuit durant les jours qui ont précédé et suivi l'éclipse.

A $4^h 30^m$ du matin. Barom. = $748^{mm},86$. Therm. extér. = $12^{\circ},5$;
 $7^h 15^m$ = $749^{mm},16$ = $14^{\circ},7$.
 Latitude $49^{\circ} 49' 7'',71$. Longit. Ouest en temps = $4^m 47^s,5$.

» Il pleuvait au commencement de l'éclipse; le Soleil n'a été visible que vers la fin, et par intervalles très-courts. »

M. POISEUILLE demande à être compris dans le nombre des candidats pour la place vacante dans la section de Médecine et de Chirurgie par suite du décès de M. Double.

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

EMBRYOGÉNIE. — *Mode de développement et organisation de la caduque.*

M. LESAUVAGE adresse, de Caen, une réclamation de priorité à l'occasion d'une première communication de M. Coste sur le mode de formation, la disposition et l'organisation de la caduque.

« Si M. Coste, dit l'auteur de la Lettre, avait pris connaissance du Mémoire que j'ai publié en 1833 (*Recherches sur le développement, l'organisation et les fonctions de la membrane caduque. Arch. gén. de Médecine, 2^e série, t. II, p. 37*). il aurait reconnu qu'avant lui, j'avais complètement renversé la théorie qui faisait arriver à la surface externe de la caduque l'œuf, qui devrait s'en envelopper comme d'un double bonnet; qu'également j'avais établi, par les faits d'abord et ensuite par le raisonnement, que cet œuf arrivait à l'intérieur de la membrane et en était alors totalement enveloppé, même du côté du placenta; et cependant je n'admets pas qu'elle prenne une grande part à sa formation. Le paragraphe suivant, que j'emprunte au *Mémoire sur les annexes du fœtus humain*, que j'ai publié depuis (in-8° Caen, 1835), rend mieux, je pense, l'idée qu'on doit se faire des phénomènes qui président à l'évolution de ces diverses parties. On lira, à la page 36: « Demander si la caduque passe au-dessus ou au-dessous du » placenta, admettre qu'elle se réfléchit à sa circonférence, etc., c'est n'avoir » pas compris le mode de formation de tout cet assemblage. Il y a des pseu- » do-membranes là où cessent des surfaces planes qui absorbent, un tissu » parenchymateux aux points où l'absorption est produite par des rameaux » vasculaires diffus. »

» Dans ma théorie, on le voit, c'est à la présence d'un fluide à l'intérieur de l'utérus et aux phénomènes d'absorption que, d'après les lois du développement des pseudo-membranes, j'attribue la formation de la caduque, et même du parenchyme placentaire, et c'est en ce point seulement qu'il y a dissidence entre M. Coste et moi dans les faits qu'il a présentés comme nouveaux.

» Cet anatomiste prétend prouver que la membrane caduque est une

exfoliation de la couche interne de la substance même de la matrice. Je n'entreprendrai pas de combattre cette manière de voir avant de connaître les faits qu'il dit avoir sous les yeux; cependant je crois qu'il m'est permis de penser, dès à présent, qu'il lui sera difficile de la concilier avec l'existence de deux feuillets bien distincts à la caduque, et avec la présence du fluide qui existe entre eux aux premiers moments de la gestation, ainsi que l'ont bien constaté M. le professeur Breschet et autres expérimentateurs. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un météore lumineux observé dans la soirée du 11 juillet.* — Extrait d'une Lettre de M. LANCE à M. Arago.

« Ce soir, à neuf heures dix minutes, j'ai pu observer de l'une des fenêtres de la maison que j'habite dans la plaine de Passy, un météore enflammé suspendu à 2 ou 3° au-dessus de l'horizon, dans la direction de l'ouest-nord-ouest.

» Ce corps avait la forme d'une poire renversée; il était très-lumineux et paraissait à peu près immobile. Après trois ou quatre minutes d'observation, je vis sa forme s'altérer, son extrémité inférieure se fondre pour ainsi dire, et présenter ensuite une forme détachée, à peu près circulaire, qui s'annexa bientôt à la masse principale. Enfin les matières enflammées se déplacèrent, pâlirent, puis se rapprochèrent pour prendre la forme d'un beau croissant, un peu moins brillant, mais cinq ou six fois plus grand que celui de la Lune dans son premier quartier. Ce croissant se montra environ deux minutes, puis descendit insensiblement se cacher derrière le mont Valérien. »

L'Académie accepte le dépôt de deux paquets cachetés présentés par M. MOREAU et par M. LEVESQUE.

A quatre heures trois quarts l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Médecine et de Chirurgie propose, par l'organe de son président, M. Magendie, de déclarer qu'il y a lieu de nommer à la place devenue vacante par suite de la mort de M. Double.

L'Académie, consultée par voie de scrutin sur cette proposition, décide, à une majorité de 16 voix contre 5, qu'il n'y a pas lieu d'élire.

En conséquence, l'élection est, conformément au règlement de l'Académie, ajournée à six mois.

Il paraît nécessaire de faire remarquer que l'Académie, en prenant cette décision, n'a considéré les choses que sous le rapport du petit nombre de ses membres actuellement présents, et nullement sous le rapport des candidats, parmi lesquels elle se plaît à compter plusieurs hommes d'un mérite éminent.

La séance est levée à six heures.

F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2^e semestre 1842, n^o 2.

Histoire du Somnambulisme chez tous les peuples; par M. GAUTHIER; 2 vol. in-8^o.

Histoire naturelle des Coléoptères de France; Lamellicornes; par M. MULSANT; 1 vol. in-8^o.

Du Cancer du rectum, et des opérations qu'il peut réclamer; parallèle des méthodes de Littré et de Callisen pour l'anus artificiel; par M. VIDAL (de Cassis); broch. in-8^o.

Annales des Mines; tome XX, 6^e liv. de 1841.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome VII, n^o 19.

Voyage autour du Monde pendant les années 1837 à 1840; par M. LE GUILLOU; mis en ordre par M. J. Arago; livraisons 5 à 10; in-8^o.

Journal des Connaissances médico-chirurgicales; juillet 1842; in-8^o.

A Monograph... *Monographie des Macropidées ou famille des Kangourous*; par M. J. GOULD; partie. 2; Londres, 1842; in-folio, fig. color.

Conchologia... Conchyliologie systématique; par M. L. REEVE; 9^e partie; in-4^o avec planches color.

Proceedings... Comptes rendus de la Société électrique de Londres; partie 5; Londres, 1842; in-8^o.

Royal... Comptes rendus de la Société astronomique de Londres; n^o 24, 10 juin 1842; in-8^o.

The ninth. — *Neuvième Rapport annuel sur les travaux de la Société royale polytechnique de Cornouailles; Falmouth*, 1841; in-8^o.

On the... *Sur le Tchornoï-zem, ou terre noire des régions centrales de la Russie*; par M. R.-I. MURCHISON; Londres, 1842; in-8^o.

Chorographische... Carte topographique du cercle de Mühl, dans l'Autriche au-dessus de l'Ens; par M. BENEDICT PILWEIN; format atlas.

Gazette médicale de Paris; n^o 29.

Gazette des Hôpitaux; n^o 83 à 85.

L'Expérience; n^o 263.

L'Écho du Monde savant; n^{os} 3 et 4.

L'Examineur médical; tome III, n^o 1.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES. — JUIN 1842.

Tours du mois	9 HEURES DU MATIN.			MIDI.			3 HEURES DU SOIR.			9 HEURES DU SOIR.			THERMOMÈTRE.		ÉTAT du ciel à midi.	VENTS à midi.
	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Maxim.	Minim.		
1	763,02	+19,9		762,38	+21,5		761,77	+22,5		761,97	+17,0		+25,0	+9,9	Beau, vapeurs	E. N. E.
2	762,41	+20,4		763,06	+21,6		761,58	+22,2		762,58	+17,3		+23,0	+12,1	Couvert.	O.
3	763,70	+15,4		763,20	+18,2		761,89	+19,3		761,35	+16,5		+20,9	+10,2	Beau.	N. O.
4	759,65	+18,8		758,64	+20,1		757,68	+21,7		756,44	+18,2		+23,4	+8,3	Beau.	E. N. E.
5	755,61	+22,6		754,25	+23,6		753,81	+24,4		753,01	+20,5		+26,2	+11,9	Beau.	E. N. E.
6	753,93	+23,0		754,05	+25,7		754,19	+26,4		756,18	+22,9		+28,2	+12,0	Beau.	E. S. E.
7	759,12	+24,6		759,33	+24,6		759,00	+25,2		760,97	+21,7		+27,1	+16,3	Vapeurs	N. E.
8	760,44	+22,0		759,93	+23,6		758,73	+25,6		758,25	+22,9		+27,1	+15,3	Vapeurs	N. E.
9	758,36	+24,2		757,56	+26,2		756,24	+28,0		755,78	+23,1		+29,4	+17,0	Beau, quelques nuages.	N. E.
10	755,45	+25,2		754,88	+27,9		754,14	+29,4		754,75	+25,6		+31,0	+17,8	Beau.	N. E.
11	757,82	+26,8		758,20	+28,9		758,11	+30,2		759,01	+25,5		+32,0	+20,8	Beau.	E. N. E.
12	761,19	+28,3		761,00	+30,8		760,66	+31,4		761,12	+25,9		+34,2	+18,3	Beau.	E. N. E.
13	761,46	+28,3		760,36	+27,5		759,24	+29,0		759,15	+23,5		+31,0	+16,9	Beau.	N. E.
14	758,28	+22,9		758,24	+26,8		757,27	+28,0		756,70	+25,0		+30,0	+16,7	Vapeurs	N. N. O.
15	756,79	+23,2		756,33	+26,4		755,63	+25,2		757,71	+20,5		+27,8	+18,0	Très-nuageux	N. N. O.
16	757,63	+21,0		756,83	+23,8		756,11	+24,2		757,63	+18,4		+25,9	+15,4	Très-nuageux	O.
17	757,87	+21,4		757,43	+22,2		756,88	+23,1		758,53	+17,7		+25,7	+13,3	Très-nuageux	O. N. O.
18	757,75	+20,0		757,03	+23,3		755,57	+23,4		755,23	+19,0		+24,9	+13,4	Très-nuageux	O.
19	752,72	+18,8		753,02	+22,2		752,32	+21,2		752,00	+17,6		+24,0	+13,3	Couvert.	O. S. O.
20	752,86	+21,4		751,92	+21,5		751,22	+19,3		750,86	+16,8		+23,0	+13,8	Couvert.	O. S. O.
21	749,28	+19,8		749,25	+19,4		749,72	+22,6		751,80	+17,9		+22,8	+13,5	Pluie.	O. S. O.
22	753,76	+21,0		752,15	+24,0		752,21	+15,9		752,94	+17,9		+24,5	+13,5	Couvert, quelq. éclaircies.	S. O.
23	755,58	+18,0		755,62	+19,6		755,35	+20,7		755,74	+16,8		+22,0	+13,0	Très-nuageux	S. O.
24	755,26	+20,8		754,35	+23,4		753,49	+23,6		753,85	+19,4		+25,2	+14,2	Très-nuageux	S. O. fort.
25	756,13	+20,9		755,39	+23,0		753,89	+16,2		753,55	+19,4		+25,0	+13,2	Très-nuageux	S. O.
26	752,84	+16,8		754,84	+21,8		754,84	+16,2		759,69	+14,2		+22,0	+16,8	Couvert.	S. O.
27	762,84	+16,3		763,03	+19,8		763,43	+20,9		764,54	+14,7		+21,9	+10,3	Très-nuageux	N. O.
28	764,72	+19,5		764,02	+21,0		762,85	+22,9		762,11	+18,5		+25,2	+10,0	Beau.	N. N. O.
29	759,87	+25,5		758,93	+26,7		757,79	+28,2		756,41	+23,2		+30,9	+13,0	Beau.	N. N. O.
30	754,14	+26,4		752,26	+32,2		750,65	+32,4		748,48	+23,4		+36,0	+16,2	Vapeurs	S. S. E.
1	759,17	+21,3		758,63	+23,3		757,90	+24,5		758,04	+20,6		+26,1	+13,1	Moy. du 1 ^{er} au 10	puie en centim.
2	757,54	+22,7		757,04	+25,3		756,30	+25,5		756,79	+21,0		+27,8	+16,0	Moy. du 11 au 20	Cour. 4,080
3	756,44	+21,0		755,81	+23,1		755,42	+22,7		755,91	+18,3		+25,5	+13,7	Moy. du 21 au 30	Terr. 3,874
	757,72	+21,7		757,16	+23,9		756,54	+24,2		756,91	+20,0		+26,5	+14,3	Moyennes du mois....	+20,40

Nota. Une erreur s'est glissée dans le Tableau météorologique du mois de Mai : dans la colonne de 3^h, pour la moyenne des dix premiers jours, au lieu de 748,80, lisez 752,90, et pour la moyenne totale de cette colonne, au lieu de 753,31, lisez 754,68.